Lycée secondaire Ibn Khaldoun Rades	Devoir de synthèse n°3 2[éme]année Science Durée : 2 heures	Année Scolaire 30/05/2006

<u>Exercice 1:</u> (8points)

On donne dans un plan rapportée à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les points $A(1;-2)$ et $B(2;-4)$

1)
   a) Calculer la distance AB.
   b) Ecrire une équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon AB.
   c) Montrer que cette équation est de la forme: $x^2+y^2-2x+4y=0$
   d) Vérifier que $\mathscr{C}$ passe par O.
2) $\mathscr{C}$ recoupe l'axe des abscisses en E et l'axe des ordonnées en F.
   a) Déterminer les coordonnées de E et F.
   b) Montrer que $[EF]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.
3) Soit (D) la droite d'équation: $x-2y-10=0$.
   Montrer que: (D) est tangente au cercle $\mathscr{C}$ en B.
4) soit $\mathscr{C}'$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que: $x^2+y^2-6x+2y+5=0$.
   a) Monter que $\mathscr{C}'$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon R'
   b) Déterminer le vecteur $\vec{u}$ de la translation qui transforme $\mathscr{C}$ en $\mathscr{C}'$

<u>Exercice 2:</u> (7points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{-3}{x+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty;-1[\,\cup\,]-1;+\infty[$ et tracer sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
3)
   a) Tracer dans le même repère la droite (D) d'équation: $y=-3x-3$.
   b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et (D)
   c) Résoudre graphiquement $\dfrac{-3}{x+1}\geq -3x-3$
4) Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{-3}{|x|+1}$
   a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
   b) Montrer que: g est paire.
   c) Vérifier que pour tout $x\in[0;+\infty[$, on a $g(x)=f(x)$.
   d) Tracer alors la courbe de g dans le même repère.

<u>Exercice 3:</u> (5points)

Soit l'expression suivante:

$$A=\cos(\pi-\alpha)-2\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\tan(\pi-\alpha)$$

1) Monter que $A=-3\cos\alpha-\tan\alpha$.
2) On pose $\alpha\in\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$ et $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$
   a) Calculer $\cos\alpha$ puis $\tan\alpha$
   b) En déduire la valeur de l'expression de A
3) Résoudre dans IR :
   $(\cos^2\alpha)x^2-x-\cos^2\alpha+1=0$
4) Calculer sans utiliser la calculatrice:
   $\cos\dfrac{\pi}{16}+\sin\dfrac{\pi}{16}+\cos\dfrac{15\pi}{16}-\sin\dfrac{15\pi}{16}$

Bon T...